Дәріс 9. Орнықтылық аймақтарын құру. D – бөлшектеу әдісі

Автоматты басқару жүйенің орнықтылығы, оны сипаттайтын дифференциалдық теңдеудің коэффициенттеріне тәуелді. Яғни коэффициенттердің бір бөлігі дифференциалдық теңдеудің орнықты шешімін қамтамасыз ететін болса, келесі бір бөлігі орнықсыз шешімді қамтамасыз етеді.

D – бөлшектеу әдісі негізінде осы коэффициенттердің арасындағы шекараны табуға мүмкіндік береді. Оол шекара орнықтылық шекарасы да болады.

Бір параметр бойынша D – бөлшектеу әдісі.

Параметрді λ деп белгілейік.

$$T_2T_1^2p^3 + T_2T_3p^2 + T_1(k_1k_2+1)p + k = 0$$

теңдеуінде T_1, T_2, T_3, k-ні параметр қылып алуға болады. $\lambda = T_2$ болсын. Онда:

$$\cdot\ (T_1^2p^3 + T_3p^2) + T_1(k+1)p + k = 0.$$

λ-ға көбейтіліп тұрған полиномды $Q(p)$ деп, ал $S(p)$ деп қалған бөлікті алайық. Онда теңдеуіміз:

$$\cdot\ Q(p) + S(p) = 0 \qquad (1)$$

түрінде болады. (1) теңдеуді

$$\lambda = -\frac{S(p)}{Q(p)} \qquad (2)$$

деп жазуға болады. λ-ны p айнымалысынан тәуелді функция ретінде аламыз.

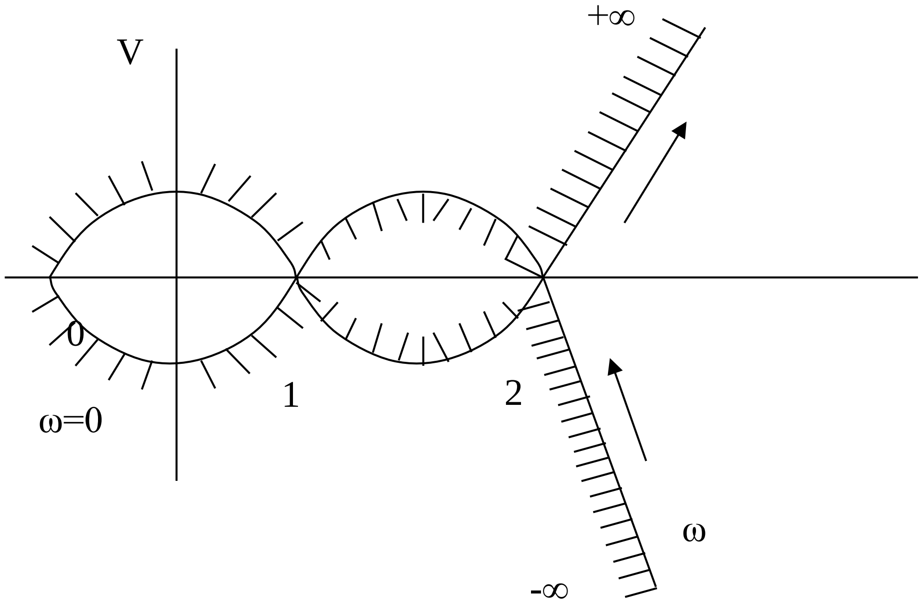
Орнықтылық шекарасын тұрғызу үшін, $p = j\omega$ дейміз. Онда $\lambda(p)$ комплекс санға айналады:

$$\lambda(j\omega) = -\frac{S(j\omega)}{Q(j\omega)} = U(\omega) + jV(\omega) \qquad (3)$$

Енді ω-ға 0-ден $+\infty$-ке дейін мәндер берсек, $\lambda(j\omega)$ векторы U, V комплекс жазықтығында қандай да бір сызып шығады. Ол қисықтың бір жағында k түбір, ал екінші жағында $n - k$ түбір болатын шекара болып табылады.

Енді ω-ға 0-ден $-\infty$-ке дейін мәндер берсек, онда $+\omega$ қисығының симметриялық кескіні шығады. Сол себепті қисықты тек ω-ның оң мәндері үшін есептеліп, ал қалғаны нақты оське қатысты симметрия бойынша толықтырылады.

k түбірлерінің орналасуын нақтылау үшін, D–бөлшектеу облысы штрихталады.



1-сурет. Орнықтылық аймағын анықтау

Мысал ретінде жоғарыдағы суретті алсақ. Көріп тұрғанымыздай ω -∞-тен +∞-ке қарай қозғалғанда қисықтың сол жағы штрихталады.

λ параметрі физикалық мағынасы бойынша нақты шама. Сол себепті тәжірибе жүзінде тек қана ішке қарай бағытта штрихталған нақты осьтің кесіндісі ғана алынады.

Екі параметр бойынша D–бөлшектеу

Бұл әдіс негізінде сипаттаушы теңдеуде екі өзгере алатын, M және N, параметрлерінен басқа барлық параметрлер берілсін деген тұжырымға негізделген. Параметр ретінде коэффицентті немесе коэффициенттер комбинациясын алуға болады.

Егерде M және N параметрлері сипаттаушы теңдеуге сызықты түрде кірсе, онда сипаттаушы теңдеуді:

$$MQ(p) + NR(p) + H(p)=0 \tag{4}$$

түрінде жазуға болады.Мұндағы, Q, R, H – қандай да бір полиномдар.

M және N параметрлер жазықтығындағы орнықтылық облыстарын табу келесі жолмен іске асады. Сипаттаушы теңдеуде $p = j\omega$ алмастыруын жасаймыз. Q, R, H – полиномдары жорамал және нақты бөліктерге бөлінеді:

$$Q\,(j\omega) = Q_1(\omega) + jQ_2(\omega),$$

$$R\,(j\omega) = R_1(\omega) + jR_2(\omega),$$

$$H\,(j\omega) = H_1(\omega) + jH_2(\omega).$$

Енді оларды (4) сипаттаушы теңдеуге қойып, нақты қосылғыштарды бір жаққа және жорамал қосылғыштарды бір жаққа жинасақ:

$$[Q_1(\omega)\,M + R_1(\omega)\,N + H_1(\omega)] + j[Q_2(\omega)\,M + R_2(\omega)\,N + H_2(\omega)] = 0.$$

Егер комплексті теңдеу нөлге тең болса, онда оның жорамал және нақты қосылғыштары бөлек-бөлек нөлге тең деген сөз.

$$\begin{gathered} Q_1(\omega)\,M + R_1(\omega)\,N + H_1(\omega) = 0, \\ Q_2(\omega)\,M + R_2(\omega)\,N + H_2(\omega) = 0. \end{gathered}$$

Осыдан біз M және N параметрлерін анықтайтын екі сызықты теңдеуді аламыз:

$$\begin{gathered} Q_1(\omega)\,M + R_1(\omega)\,N = -H_1(\omega), \\ Q_2(\omega)\,M + R_2(\omega)\,N = -H_2(\omega)\,. \end{gathered} \tag{5}$$

Q_1 , Q_2 , R_1 , R_2 шамалары коэффициент деп қарастырылады. Ал M және N-айнымалылар. Жүйенің анықтауышы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} Q_1 & R_1 \\ Q_2 & R_2 \end{vmatrix} = Q_1R_2 - Q_2R_1.$$

M және N параметрлерінің анықтауышы:

$$\Delta_M = \begin{vmatrix} -H_1 & R_1 \\ -H_2 & R_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_N = \begin{vmatrix} Q_1 & -H_1 \\ Q_2 & -H_2 \end{vmatrix}.$$

Мұндағы, Δ_M мен Δ_N Крамер әдісі бойынша табылады. Жиіліктің қандай да бір нақты мәні үшін M және N-ді жазатын болсақ:

$$M = \frac{H_2R_1 - H_1R_2}{Q_1R_2 - Q_2R_1}, N = \frac{Q_2H_1 - Q_1H_2}{Q_1R_2 - Q_2R_1}.$$

M, N жазықтығында ол нүкте болып табылады. Жиілікке нөлден шексіздікке дейін мән беріп M, N жазықтығында D-бөлшектеу шеарасы болып табылатын қисықты тұрғызуға болады. (5) теңдеулер жүйесінің шешімі болады, егер $\Delta \neq 0$ және $\Delta_M \neq 0$, $\Delta_N \neq 0$. Және шешімі болмайды, егер $\Delta = 0$. Егер $\Delta = 0$, $\Delta_M = 0$, $\Delta_N = 0$ болса, онда M және N мәндері анықталмай қалады.

Орнықтылық аймағы штрихтау арқылы көрсетіледі. Егер анықтауыш $\Delta > 0$, онда D–қисығымен $\omega = -\infty$ тен $\omega = +\infty$ қарай қозғала отырып сол жақты штрихтайды. Ал егер $\Delta < 0$ болса, онда оң жақ штрихталады.